

Summary

Superstring theory is the prime candidate for a unified framework describing both the gauge theories underlying the Standard Model of elementary particle physics and a quantum mechanical theory of gravity. Massless closed string excitations will give rise to spacetime geometries which are more intricate than those of the General Theory of Relativity by incorporating a torsion and dilaton field in addition to the familiar graviton field. A natural way of studying these backgrounds is provided by $\mathcal{N} = (2, 2)$ supersymmetric non-linear σ -models. Consistency of these models requires that the background geometry to be bihermitian. Generalised Kähler geometry, which in some sense unifies complex and symplectic geometry, provides a framework in which these bihermitian structures can be studied.

An interesting subclass of σ -models admitting $\mathcal{N} = (2, 2)$ supersymmetry are Wess-Zumino-Witten models on even-dimensional reductive group manifolds. By considering such manifolds one can provide examples of generalised Kähler geometry which are explicitly non-Kähler. The resulting geometry is intimately related to the different types of constrained superfields making up the off-shell description of $\mathcal{N} = (2, 2)$ σ -models.

In this work a thorough study of a number of specific models is performed, namely the supersymmetric Wess-Zumino-Witten model on the group manifolds $S^3 \times S^1$, $S^3 \times S^3$ and $SU(3)$. By explicitly calculating the admissible complex structures on the target manifold a full characterisation of the different possible geometries is provided. By using this approach the various aspects of generalised Kähler geometry can be studied in detail. Also considered are the various isometries present in the model and duality relations linking the different descriptions. The examples considered illustrate a weaker definition for a $\mathcal{N} = (2, 2)$ superconformal generalised Kähler geometry compared to that of a generalised Calabi-Yau geometry. The results suggest that while Wess-Zumino-Witten models provide an excellent example of the various intricacies present in generalised Kähler geometry, a purely local description is insufficient to fully elucidate phenomena such as type changing which will invariably be present in all but the simplest of examples.

Samenvatting

Supersnaartheorie is de beste kandidaat voor een geünifieerd kader waarmee zowel de ijktheoriën die het Standaardmodel van de elementaire deeltjes fysica onderbouwen alsook een kwantummechanische theorie van de zwaartekracht kunnen worden beschreven. Massaloze excitatietoestanden van een gesloten snaar bevatten naast het gravitonveld ook een torsieveld en een dilatonveld, dewelke aanleiding zullen geven tot ruimte-tijd configuraties die ingewikkelder zijn dan deze beschreven door de Algemene Relativiteitstheorie. Een manier om deze achtergronden te bestuderen zijn $\mathcal{N} = (2, 2)$ supersymmetrische niet-lineaire σ -modellen. Het consistent zijn van deze modellen vereist dat de voorgebrachte meetkunde bihermitisch is. Veralgemeende Kähler meetkunde, dewelke in zekere zin complexe en symplectische meetkunde verenigt, is een raamwerk waarbinnen deze bihermitische structuren kunnen worden bestudeerd.

Een interessante subklasse van σ -modellen die $\mathcal{N} = (2, 2)$ supersymmetrie toelaten zijn Wess-Zumino-Witten modellen op reductieve even-dimensionele groepsvariëteiten. Door zulke variëteiten te beschouwen is het mogelijk om voorbeelden te vinden van veralgemeende Kählervariëteiten die niet Kähler zijn. De resulterende meetkunde is innig verbonden met de verschillende soorten supervelden die de off-shell beschrijving van $\mathcal{N} = (2, 2)$ σ -modellen uitmaken.

In dit werk wordt een grondige studie verricht van een aantal specifieke modellen, meer bepaald het supersymmetrische Wess-Zumino-Witten model op de groepsvariëteiten $S^3 \times S^1$, $S^3 \times S^3$ en $SU(3)$. Door expliciet de toegestane complexe structuren uit te rekenen wordt een volledige karakterisatie van de resulterende meetkunde aangevoerd. Op deze manier kunnen de verschillende eigenschappen van de veralgemeende Kähler meetkunde grondig worden bestudeerd. De aanwezige isometriën en de dualiteiten tussen de verschillende beschrijvingen worden ook beschreven. Deze voorbeelden illustreren een zwakkere definitie voor $\mathcal{N} = (2, 2)$ superconforme veralgemeende Kähler meetkunde vergeleken met deze voor een veralgemeende Calabi-Yau symmetrie. De resultaten suggereren dat, ondanks het feit dat Wess-Zumino-Witten modellen een uitstekende illustratie zijn van de verschillende aspecten die aanwezig zijn in veralgemeende Kähler meetkunde, een uitsluitend locale beschrijving niet toereikend is om een volledig licht te werpen op fenomenen zoals type-changing, dewelke aanwezig zijn zullen zijn in bijna alle gevallen van deze meetkunde.