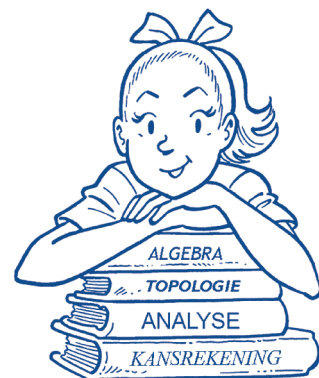
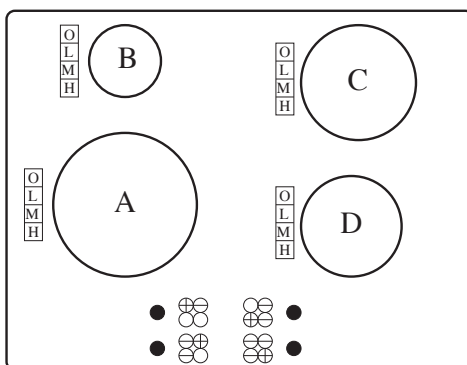


WISKUNNEND WISKE



© 2019, Standaard Uitgeverij, Antwerpen, België

DE KOMIEKE KOOKPLAAT



OPGAVE 1

Tante Sidonia heeft op een rommelmarkt een koopje gedaan. Ze vond er een prachtige kookplaat. Eens thuis zag ze echter dat de bedieningsknoppen afwijken van de standaard.

Elke zone heeft 4 standen: off (O), low (L), medium (M) en high (H). Om deze zones te bedienen zijn er 4 drukknoppen. Schematisch staat aangegeven wat het effect is van elke drukknop. Een + betekent dat de zone één stand hoger wordt gezet, een - betekent dat de zone één stand lager wordt gezet. Wanneer een zone op stand H staat, betekent een + dat de zone wordt uitgeschakeld (O). Wanneer een zone op stand O staat, betekent een - dat de zone op stand H wordt gezet. Zo zal het bedienen van de knop hier links afgebeeld zone B één stand verhogen, zone C één stand verlagen en zones A en D ongewijzigd laten.



Tante Sidonia wil de kookplaat weggooien omdat ze liever elke zone afzonderlijk wil bedienen. Wiske beweert dat dit wel degelijk mogelijk is. Heeft Wiske gelijk en kan je met deze bediening, door een aantal knoppen achtereenvolgens in te drukken toch elke zone in de gewenste stand krijgen zonder de andere zones (uiteindelijk) van stand te veranderen?

Geef een wiskundig bewijs.

WISKUNDIG WEETJE: EEN WISKUNDIG BEWIJS

Een wiskundig bewijs is een opeenvolging van logische en onweerlegbare argumenten die aantonen dat een bepaalde uitspraak waar is. In de wiskunde bestaat een 'stelling' uit een uitspraak met een bijhorend bewijs dat aantoonst dat deze uitspraak waar is. Het geven van bewijzen is cruciaal, zolang er voor een wiskundige uitspraak geen aanvaard bewijs gevonden is, kan men niets besluiten over de waarheid ervan. Een wiskundige uitspraak waarvan men vermoedt dat ze waar is, maar waarvoor er nog geen bewijs gekend is, wordt een conjectuur genoemd.

Het leveren van wiskundige bewijzen gaat terug tot de Oude Grieken. De wiskunde die dateert van voor de Oude Grieken handelde vooral rond het oplossen van concrete problemen. De "Elementen van Euclides" was zo één van de eerste werken waar bewijzen aan bod kwamen.

Er bestaan verschillende bewijstechnieken. De technieken die het vaakst gebruikt worden zijn de volgende:

- **Rechtstreeks bewijs:** Bij een rechtstreeks bewijs vertrekken we van een uitspraak waarvan de waarheid reeds aangetoond is. Door toepassing van implicaties (een welbepaalde afleidingsregel uit de logica) komt men zo uiteindelijk tot de te bewijzen uitspraak.
- **Bewijs door contrapositie:** Bij deze bewijstechniek wordt de stelling als het ware omgekeerd. In plaats van aan te tonen "Als A geldt, dan geldt B", zullen we hier aantonen "Als B niet geldt, dan geldt ook A niet".
- **Bewijs uit het ongerijmde:** Bij deze bewijstechniek gaan we uit van het omgekeerde van het te bewijzen en komen we zo tot een tegenspraak.

Indien men een *tegenvoorbeeld* vindt voor een wiskundige uitspraak, dan is bewezen dat deze uitspraak *niet waar* is. Een voorbeeld is echter nooit voldoende om te bewijzen dat een uitspraak wel waar is.