



Wisbunnend wiske (opdracht 1)

We moeten aantonen dat we door achtereenvolgens een aantal knoppen in te drukken elke zone in de gewenste stand kunnen krijgen zonder de andere zones te veranderen.

We kunnen de knoppen als volgt voorstellen:

$$v_1 = \text{knop 1} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$v_2 = \text{knop 2} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$v_3 = \text{knop 3} = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$v_4 = \text{knop 4} = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

We zoeken nu een combinatie van de 4 knoppen om elke zone afzonderlijk te kunnen besturen

$$a_1 v_1 + b_1 v_2 + c_1 v_3 + d_1 v_4 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$a_2 v_1 + b_2 v_2 + c_2 v_3 + d_2 v_4 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$a_3 v_1 + b_3 v_2 + c_3 v_3 + d_3 v_4 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$a_4 v_1 + b_4 v_2 + c_4 v_3 + d_4 v_4 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$(1) \Rightarrow \begin{cases} a_1 - c_1 - d_1 = 1 \\ -a_1 - b_1 + c_1 - d_1 = 0 \\ b_1 - c_1 - d_1 = 0 \\ -b_1 + d_1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = 2/3 \\ b_1 = -1/3 \\ c_1 = 0 \\ d_1 = -1/3 \end{cases}$$

$$(2) \Rightarrow \begin{cases} a_2 - c_2 - d_2 = 0 \\ -a_2 - b_2 + c_2 - d_2 = 1 \\ b_2 - c_2 - d_2 = 0 \\ -b_2 + d_2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_2 = -1/3 \\ b_2 = -1/3 \\ c_2 = 0 \\ d_2 = -1/3 \end{cases}$$

$$(3) \Rightarrow \begin{cases} a_3 - c_3 - d_3 = 0 \\ -a_3 - b_3 + c_3 - d_3 = 0 \\ b_3 - c_3 - d_3 = 1 \\ -b_3 + d_3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_3 = -1 \\ b_3 = 0 \\ c_3 = -1 \\ d_3 = 0 \end{cases}$$

$$(4) \Rightarrow \begin{cases} a_4 - c_4 - d_4 = 0 \\ -a_4 - b_4 + c_4 - d_4 = 0 \\ b_4 - c_4 - d_4 = 0 \\ -b_4 + d_4 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_4 = -2/3 \\ b_4 = -2/3 \\ c_4 = -1 \\ d_4 = 1/3 \end{cases}$$

Uiteraard kunnen we enkel met natuurlijke getallen werken (we kunnen een knop niet $\frac{1}{3}$ keer indrukken). Daarom vermenigvuldigen we alle a , b , c en d met 3 (zo zijn we van de breuken vanaf). Elke zone zal nu niet met 1, maar met 3 standen verhoogd worden. Maar hiermee is nog niet alles opgelost want we zitten nog met negatieve getallen. Maar we moeten weten dat als we een knop 4 keer indrukken, we terug bij de basisstand komen.

$$\Rightarrow 0v_1 = 4v_1 = 8v_1 = \dots$$

En dit geldt ook met alle andere standen

$$\Rightarrow -1v_1 = 3v_1 = 7v_1 = \dots \quad \text{enz.}$$

$$\Rightarrow 2v_1 + 3v_2 + 0v_3 + 3v_4 = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$3v_1 + 3v_2 + 0v_3 + 3v_4 = \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$1v_1 + 0v_2 + 1v_3 + 0v_4 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 3 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$2v_1 + 2v_2 + 1v_3 + 1v_4 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$