Wiskunnend Wiske 2019-2020
Oplossing opdracht 2
Klein Seminarie Roeselare
6WWIA

Deel 1: Bom met 15 draadjes

We stellen elk draadje voor met behulp van een getal (van 1 t.e.m. 15). Elk van deze getallen bevat binair maximaal 4 cijfers (want $2^4 = 16$)

1	0001		5	0101		9	1001		13	1101
2	0010		6	0110		10	1010		14	1110
3	0011		7	0111		11	1011		15	1111
4	0100		8	1000		12	1100			

Elk getal $a < 16$ kunnen we schrijven als $a = x_4 \cdot 2^3 + x_3 \cdot 2^2 + x_2 \cdot 2^1 + x_1 \cdot 2^0$.
De binaire schrijfwijze van a wordt dan $x_4\, x_3\, x_2\, x_1$

Wiske mag nu 4 combinaties van getallen opschrijven waarvan Krimson zal zeggen of het bewuste draadje er wel of niet bij zit.

- Op het <u>eerste kaartje</u> schrijft ze alle getallen (van klein naar groot) waarbij het laatste cijfer in de binaire schrijfwijze een '1' is. Alle getallen dus waarbij $x_1 = 1$.

  Het kleinste getal dat hieraan voldoet is $2^0 = 1$ (rood aangeduid in de tabel).
- Op het <u>tweede kaartje</u> schrijft ze alle getallen (van klein naar groot) waarbij $x_2 = 1$.

  Het kleinste getal dat hieraan voldoet is $2^1 = 2$ (rood aangeduid in de tabel).
- Op het <u>derde kaartje</u> schrijft ze alle getallen (van klein naar groot) waarbij $x_3 = 1$.

  Het kleinste getal dat hieraan voldoet is $2^2 = 4$ (rood aangeduid in de tabel).
- Op het <u>laatste kaartje</u> schrijft ze alle getallen (van klein naar groot) waarbij $x_4 = 1$.

  Het kleinste getal dat hieraan voldoet is $2^3 = 8$ (rood aangeduid in de tabel).

Wanneer Krimson bij het i-de kaartje bevestigt dat het bewuste draadje er bij zit, betekent dit dat $x_i = 1$, zit het draadje er niet bij, dan stellen we x_i gelijk aan 0.

Tenslotte kunnen we het nummer van het bewuste draadje vinden door volgende som uit te rekenen:

$$x_4 \cdot 2^3 + x_3 \cdot 2^2 + x_2 \cdot 2^1 + x_1 \cdot 2^0 .$$

Dit komt neer op het optellen van de getallen die linksboven op de kaarten staan (kleinste getal van de kaart) waar Krimson een positief antwoord op gaf.

Deel 2: Bom met 1000 draadjes

We stellen elk draadje voor met behulp van een getal (van 1 t.e.m. 1000). Elk van deze getallen bevat binair maximaal 10 cijfers (want $2^4 = 1024$)

1	000000000**1**		…	998	1111100110
2	00000000**1**0			999	1111100111
3	0000000011			1000	1111101000

Elk getal $a < 1024$ kunnen we schrijven als $a = x_{10} \cdot 2^9 + x_9 \cdot 2^8 + \cdots + x_2 \cdot 2^1 + x_1 \cdot 2^0$.

De binaire schrijfwijze van a wordt dan $x_{10}\, x_9\, x_8\, x_7\, x_6\, x_5\, x_4\, x_3\, x_2\, x_1$

Wiske mag nu 10 combinaties van getallen opschrijven waarvan Krimson zal zeggen of het bewuste draadje er wel of niet bij zit.

- Op het eerste kaartje schrijft ze alle getallen (van klein naar groot) waarvan het laatste cijfer in de binaire schrijfwijze een '1' is. Alle getallen dus waarvan $x_1 = 1$.

  Het kleinste getal dat hieraan voldoet is $2^0 = 1$.
- Op het tweede kaartje schrijft ze alle getallen (van klein naar groot) waarbij $x_2 = 1$.

  Het kleinste getal dat hieraan voldoet is $2^1 = 2$.
- Enzovoort
- Op het laatste kaartje schrijft ze alle getallen (van klein naar groot) waarbij $x_{10} = 1$.

  Het kleinste getal dat hieraan voldoet is $2^9 = 512$.

Wanneer Krimson bij het i -de kaartje bevestigt dat het bewuste draadje er bij zit, betekent dit dat $x_i = 1$, zit het draadje er niet bij, dan stellen we x_i gelijk aan 0.

Tenslotte kunnen we het nummer van het bewuste draadje vinden door volgende som uit te rekenen:

$$x_{10} \cdot 2^9 + x_9 \cdot 2^8 + \cdots + x_2 \cdot 2^1 + x_1 \cdot 2^0 .$$

Dit komt neer op het optellen van de getallen die linksboven op de kaarten staan (kleinste getal van de kaart) waar Krimson een positief antwoord op gaf.