
Wiskunnend Wiske: opdracht 1

We beginnen met het totaal aantal stemmen te tellen. Er zijn 26 gemeenteraadsleden, de laatste heeft 1 stem, de voorlaatste 2, de derde laatste 4, de vierde laatste 6 en verder telkens veelvoud van 2 tot en met 50. Het totaal aantal stemmen is dus $2 \cdot \frac{25 \cdot 26}{2} + 1 = 651$.

Nu gaan we onderzoeken in welke gevallen de laatste nog inspraak kan hebben bij een stemming (wanneer hij zelf dus nog niet heeft gestemd). Hij moet dus met zijn ene stem ervoor kunnen zorgen dat het verschil groter of gelijk aan vijf, of kleiner dan vijf wordt. Om het verschil groter of gelijk aan vijf te maken met één stem, moet het verschil dus groter of gelijk zijn aan vier en natuurlijk kleiner dan vijf, want anders is de beslissing al genomen voordat hij heeft gestemd. Aangezien stemmen natuurlijke getallen zijn en het verschil groter of gelijk aan vier en kleiner dan vijf moet zijn, moet het eerst wel vier zijn. We kunnen dezelfde redenering gebruiken om aan te tonen dat, om een verschil van vier te bekomen nadat het groter of gelijk aan vijf was, er gestart moet worden met een verschil van vijf. We bekomen dus de volgende resultaten: hij heeft alleen inspraak als:

- Het verschil tussen het aantal stemmen voor en tegen gelijk is aan vier.
- Het verschil tussen het aantal stemmen voor en tegen gelijk is aan vijf.

Alleen in deze gevallen heeft de laatste nog inspraak.

Nu gaan we bewijzen dat deze gevallen niet mogelijk zijn, en hij dus helemaal geen inspraak heeft.

Als het verschil gelijk is aan vier, dan heeft het ene kamp $\frac{650-4}{2} = 323$ en het andere $650 - 323 = 327$ stemmen. Dit is echter onmogelijk, aangezien deze twee aantallen oneven zijn, terwijl ze een som van even getallen (veelvouden van twee) moeten zijn. Het eerste geval is dus al onmogelijk.

In het andere geval is het verschil gelijk aan vijf, maar dit is ook onmogelijk, omdat het verschil van de sommen van even getallen nooit oneven kan zijn. Dit geval is dus ook onmogelijk.

De enige twee gevallen waarin hij inspraak zou hebben, zijn dus onmogelijk, dus eigenlijk heeft hij helemaal geen inspraak. Q.E.D.